**Câu 10**: Cho tứ diện ABCD. Gọi M là trung điểm của CD, I là một điểm thuộc cạnh AD thỏa ;  là mặt phẳng qua M,  song song với CI và BD; cắt các cạnh AD; AB; BC lần lượt tại N; P; Q.

a) Chứng minh  . b) MNPQ là hình gì?

c) Gọi R là giao điểm của MP và NQ. Tính  và .

d) Khi I di động trên cạnh AD. Chứng minh R chạy trên một đường thẳng cố định.

 **LỜI GIẢI**

a) Có ;  (1) và

(2).

b) Từ (1) và (2) suy ra. Kết luận tứ giác MNPQ là hình thang.

c) Áp dụng định lý Ta lét trong hai tam giác ABD và CBD được:

;

, do đó .

Trong mp(MNPQ) gọi .

 Mặt phẳng (MNPQ) được vẽ lại ở hình 2. Dựng , có

.

Vì ;  và  . Ngoài ra .

Chứng minh hoàn tương tự được .

d) Gọi , vì M, Q lần lượt trung điểm của CD và BC nên hai điểm này cố định. Suy ra O cố định, có .

Có  hay  cố định.

Kết luận khi I chạy trên đoạn thẳng AD thì R chạy trên đoạn thẳng AO cố định.

**Câu 11**: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành . Điểm M thuộc cạnh SA thỏa . Hai điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  và  .

b) Xác định giao điểm K của mặt phẳng với cạnh SD. Tính .

c) Tìm giao điểm I của MF với mp(SBD). Tính .

d) Tìm thiết diện tạo bởi mặt phẳng cắt các mặt của hình chóp S.ABCD.

 **LỜI GIẢI**

a) Có 

.

b) Trong mp(ABCD) gọi , có MN là giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAD). Đường thẳng MN cắt đường thẳng SD tại một điểm, đó chính là giao điểm K cần tìm.

Mặt phẳng (SAD) được vẽ lại ở hình 2. Dễ dàng chứng minh 

Dựng . Có và .

 Vậy .

c) Theo câu b) có  và

. Do đó

.

Mặt phẳng (MEF) được vẽ lại ở hình 3. Dựng . Áp dụng định lý Ta lét trong 2 tam giác NMF và KVJ có:    ; .

Kết luận: .

d) Trong mp(SAC) gọi . Suy ra thiết diện cần tìm là ngũ giác EFLKM.

**Câu 12:** Cho hình chóp SABCD có ABCD là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  và  .

b) Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC, điểm I thuộc BD sao cho  . Chứng minh rằng .

c) Gọi M là trung điểm của SD. Tìm giao điểm L của SA với mặt phẳng (CMG). Chứng minh ba đường thẳng MN, CL, SO đồng quy tại điểm K. Tính 

d) Tìm thiết diện tạo bởi  với hình chóp S.ABCD.

 **LỜI GIẢI**

a) Có 

.

b) Vì I thuộc BD và  là trọng tâm của tam giác ABC. Do đó ba đường thẳng SG, AI, BC đồng quy tại trung điểm E của BC. Có   (định lý đảo Ta lét) mà .

c) Gọi N trung điểm của SB, mặt phẳng (CMN) chính là mp(CMG).

Có 

Trong mặt phẳng (ABCD) gọi . Có FN là giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và (SAB). Giao điểm L cần tìm, chính là giao điểm của FN và SA.

Có . Trong mp(CMN) gọi , có



, có nghĩa . Kết luận 3 đường thẳng MN, CF và SO đồng quy tại điểm K.

Có MN là đường trung bình của tam giác SBD nên có . Có BO là đường trung bình của , có .

Trong có . Kết luận .

d) Theo câu b) và c) thiết diện cần tìm là tứ giác CMLN.

**Câu 13:** Cho hình chóp S.MNPQ có đáy MNPQ là hình thang (MQ là đáy lớn). Gọi I, J lần lượt trung điểm của SN, SQ. K thuộc đoạn MQ sao cho .

a) Tìm giao tuyến của  và  và .

b) Chứng minh:.

c) Xác định giao điểm L của MN và . Tính .

d) Tìm hình dạng của thiết diện tạo bởi  và tứ diện S.MNQ.

 **LỜI GIẢI**

a)  (1)

Trong mp(MNPQ) gọi ,

(2)

Từ (1) và (2) suy ra .

Có 



b) Có IJ là đường trung bình của , mà 

.

c) Có .

Suy ra điểm L cần tìm là giao điểm của Ky với MN.

Trong  có .

d) Theo cách dựng điểm câu c) suy ra thiết diện cần tìm là hình thang IJKL (với ).

**Câu 14:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  và  .

b) Chứng minh  .

c) Gọi K là điểm bất kỳ trên OM. Chứng minh  .

d) Mặt phẳng  qua N, song song với SA và CD. Tìm thiết diện của  và hình chóp. Xác định hình tính thiết diện.

**LỜI GIẢI**

a) Có 

.

b) Có 

.

c) Có 



mà .

d). Do , nên giao tuyến của mpvới mp(ABCD) qua N và song song với CD, giao tuyến này cắt AD tại E.

Do , nên giao tuyến của mpvới mp(SAD) qua E và song song với SA, giao tuyến này cắt SD tại F.

Do , nên giao tuyến của mpvới mp(SCD) qua F và song song với CD, giao tuyến này cắt SC tại G.

Suy ra thiết diện cần tìm là hình thang NEFG, do .

**Câu 15:** Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm Gọi G là trọng tâm tam giác SCD.

a) Tìm giao tuyến của  và .

b) Tìm giao tuyến H của AC và .

c) Gọi M là điểm thuộc cạnh  Mặt phẳng () qua MG và  cắt  lần lượt tại  . Xác định các điểm ; từ đó suy ra thiết diện của () với hình chóp.

**LỜI GIẢI**

a) Có 

.

b) Trong mp(SAB) gọi , trong mp(ABCD) gọi , có

 .

c) Có 

 (1).

Có 

(Với PQ qua G và ) (2).

Từ (1) và (2) suy ra thiết diện cần tìm là hình thang MNPQ với ).